

AEROLAB - Methodenpapier

Digitaler Windkanal auf Basis der Lattice-Boltzmann-Methode, mit Parameterstudie, Bauteiloptimierung und STL-Ausgabe

Fassung 4.0, Stand 20.10.2026 Autor: Thomas Schüller, Schicht-Werk, Tulln an der Donau Status: Arbeitsergebnis des Betriebs, alle Rechte vorbehalten (Rechtslage und Verwertung siehe `verwertung.md`)

Zusammenfassung

AEROLAB berechnet die ebene (zweidimensionale) Umströmung eines Körpers in einem virtuellen Windkanal, liefert Widerstands- und Auftriebsbeiwerte, stellt Geschwindigkeit, Wirbelstärke und Druck grafisch dar, fährt automatisch Parameterreihen (Polaren) und sucht mit einem Optimierungsverfahren die Form mit dem besten Zielwert. Das Ergebnis lässt sich als druckfertiger Prismenkörper (STL) ausgeben. Das Werkzeug läuft vollständig im Browser, ohne Server und ohne Datenübertragung. Dieses Papier beschreibt das Rechenmodell, die Randbedingungen, die Kraftermittlung, die Optimierung und die Selbstprüfungen. Die Gültigkeitsgrenzen stehen in Abschnitt 10 und im Validierungsbericht (`02_Validierungsbericht_AEROLAB.md`).

1 Zweck und Einordnung

Gedruckte Bauteile im Luftstrom (Lüfterhauben, Verkleidungen, Gehäuse, Leitbleche, Profile für Modelle und Prüfkörper) werden häufig nach Gefühl geformt. AEROLAB soll die Vorauswahl verbessern: Welche von mehreren Formen setzt dem Strom weniger entgegen, welcher Anstellwinkel liefert das beste Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand, wie wirkt sich ein Radius an der Vorderkante aus. Das Werkzeug liefert **Vergleichswerte**. Es ersetzt weder eine Messung am Prototyp noch eine dreidimensionale Rechnung.

2 Rechenmodell

Verwendet wird die Lattice-Boltzmann-Methode mit dem Gitter D2Q9 (neun Geschwindigkeitsrichtungen) und dem Einzelrelaxationsoperator nach Bhatnagar, Gross und Krook (BGK). Je Gitterzelle und Richtung i wird die Verteilungsfunktion f_i in zwei Schritten fortgeschrieben:

1. Stoß: $f_i^* = f_i + (1/\tau) \cdot (f_i^{\text{eq}} - f_i)$
2. Strömung: $f_i(x + e_i, t + 1) = f_i^*(x, t)$

Das lokale Gleichgewicht lautet $f_i^{\text{eq}} = w_i \cdot \rho \cdot (1 + 3 e_i \cdot u + 4,5 (e_i \cdot u)^2 - 1,5 u^2)$ mit den üblichen Gewichten $w = 4/9, 1/9, 1/36$. Dichte und Geschwindigkeit ergeben sich aus den Momenten von f_i . Die kinematische Viskosität folgt aus $\nu = (\tau - 0,5)/3$ in Gitter-Einheiten. Die Methode ist schwach kompressibel; die Anströmgeschwindigkeit wird mit $U = 0,06$ in Gitter-Einheiten gewählt (Mach-Zahl im Gitter etwa 0,10), damit der Kompressibilitätsfehler gering bleibt (Begründung: Validierungsbericht, Abschnitt 3).

Die Reynolds-Zahl $Re = U \cdot L / \nu$ wird über die Gitterauflösung eingestellt: Bei vorgegebener Bezugslänge L (Zellen über die Sehne bzw. den Durchmesser) und vorgegebenem Re ergibt sich ν und daraus τ . Liegt τ nahe an 0,5, wird die Rechnung instabil; die Oberfläche warnt unter $\tau < 0,502$ und empfiehlt unter $\tau < 0,515$ die Turbulenz-Dämpfung.

3 Ränder des Windkanals

- **Einlass:** Gleichgewichtsverteilung mit der Anströmgeschwindigkeit; die Dichte wird aus der Nachbarspalte übernommen, um Reflexionen zu verringern. Die Geschwindigkeit wird über rund 0,6 Bezugslängen-Zeiten angefahren, damit der Anfangsstoß abklingt.
- **Auslass:** Nullgradient (Übernahme der Verteilung aus der Nachbarspalte).
- **Obere und untere Wand:** wahlweise Gleitwand (spiegelnde Reflexion, kein Wandreibungseinfluss, entspricht dem Windkanal mit idealisierter Wand) oder periodisch (Reihe gleicher Körper im Abstand der Kanalhöhe).
- **Körper:** Hafttrand mit Interpolation (Abschnitt 4).

Die Gebietsgröße wird automatisch gewählt: Schlanke Körper (projizierte Höhe unter 0,25 Bezugslängen) erhalten ein Gebiet von $9 \times 4,5$ Bezugslängen, kompakte Körper 14 Bezugslängen in Strömungsrichtung und eine Höhe, die den Verbau auf etwa 10 % begrenzt (höchstens 16 Bezugslängen).

4 Körperrand und Kraftermittlung

Der Körper wird als Polygon vorgegeben und auf das Gitter gerastert (Zellmittelpunkt innerhalb des Polygons: fest). Für jede Verbindung zwischen einer Flüssigkeitszelle und einer Festkörperzelle wird der Abstand q (Anteil der Verbindungslänge) bis zur Polygonkante ermittelt. Die Haftbedingung wird nach **Bouzidi, Firdaouss und Lallemant (2001)** mit linearer Interpolation umgesetzt; für $q = \frac{1}{2}$ entspricht sie der einfachen Rückprallbedingung. Dadurch bleibt die Randlage auch bei geneigten und gekrümmten Flächen genauer als bei einer Treppenstufen-Näherung.

Die Kraft auf den Körper folgt aus dem **Impulsaustausch** (Ladd 1994) über alle Randverbindungen: $F = \sum e_i \cdot (f_i^* + f_i^{\text{neu}})$. Daraus werden die Beiwerte gebildet:

$$C_d = F_x / (\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot L), C_l = F_y / (\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot L)$$

mit der **Bezugslänge L** (Sehne, Länge bzw. Durchmesser des Körpers, nicht die Stirnhöhe). Die Beiwerte gelten je Längeneinheit der Spannweite. Bei Vergleichen zwischen Körpern verschiedener Höhe ist der Widerstand bei gleicher Länge gemeint.

5 Turbulenz-Dämpfung

Optional wird ein Smagorinsky-Ansatz für Gitter-Wirbelviskosität (Hou et al. 1996) zugeschaltet: Aus dem Nichtgleichgewichts-Spannungstensor wird je Zelle eine wirksame Relaxationszeit berechnet. Die Option stabilisiert höhere Re auf groben Gittern, verändert aber das Strömungsbild (zusätzliche Dämpfung). Sie wird automatisch zugeschaltet, wenn τ unter 0,515 fällt. Zweidimensionale Rechnungen können echte Turbulenz ohnehin nicht abbilden; der Ansatz dient der Stabilität, nicht der Turbulenzmodellierung.

6 Auswertung

- **Mittelung:** Die Kräfte werden alle 10 Zeitschritte über 10 Schritte gemittelt aufgezeichnet. Zum Ergebnis wird der Mittelwert über das letzte Viertel bis Drittel der Aufzeichnung gebildet.
- **Konvergenzprüfung:** Nach einer Mindestlaufzeit (12 bis 14 Sehnenzeiten) wird in Abständen von vier Sehnenzeiten geprüft, ob sich die Mittelwerte von C_d (0,4 %) und C_l (1 %) nicht mehr nennenswert ändern. Eine Rechnung gilt dann als konvergiert; sonst endet sie am Rechenbudget (höchstens 40 Sehnenzeiten) und wird als nicht sicher konvergiert gekennzeichnet.
- **Instationär:** Als instationär gilt eine Rechnung, deren Auftriebsschwankung 0,02 und 3 % des Mittelwerts übersteigt. Die Strouhal-Zahl $st = f \cdot L / U$ wird aus den Nulldurchgängen der Auftriebsschwankung bestimmt.
- **Anstellwinkel:** Der Körper wird um den Viertelpunkt der Sehne gedreht; positiver Winkel hebt die Vorderkante (positiver Auftrieb nach oben). Zur Auslösung einer Wirbelablösung wird der Körper um 0,31 Zellen aus der Kanalmitte versetzt, weil eine exakt symmetrische Anordnung die Instabilität numerisch nie anstößt.

7 Formen

Alle Formen sind Polygone in Sehnenkoordinaten (Vorderkante bei 0, Hinterkante bei 1):

- **Zylinder / Ellipse:** Ellipse mit Dickenverhältnis t .
- **NACA 4-stellig:** Wölbung m , Wölbungsrücklage p , Dickenverhältnis t , mit geschlossener Hinterkante (Abbott und von Doenhoff 1959).
- **Platte:** Rechteck mit Dickenverhältnis d .
- **Kasten mit Radius:** Höhe h , relativer Eckenradius r .
- **Stromkörper mit Heckverjüngung:** elliptische Nase (Länge n), gerader Mittelteil, linear verjüngtes Heck (Länge s , Resthöhe k).

8 Optimierung

Die Formsuche verwendet das Simplexverfahren nach Nelder und Mead (1965) über die gewählten, auf $[0, 1]$ normierten Parameter. Jede Funktionsauswertung ist eine vollständige Strömungsrechnung. Das Ziel ist wählbar (Widerstand minimieren, Gleitzahl maximieren, Auftrieb maximieren, Abtrieb maximieren). Randverletzungen der Parametergrenzen und das Unterschreiten der **Mindestdicke des Bauteils** (Druckbarkeit, Festigkeit) werden über Strafterme in den Zielwert aufgenommen. Das Verfahren ist ableitungsfrei und findet lokale Verbesserungen, keine garantierten globalen Optima; bei Rauschen der

Beiwerte (Wirbelablösung, grobe Auflösung) kann die Suche stagnieren. Deshalb gilt die Arbeitsregel: **mit grober Auflösung suchen, den besten und den Ausgangsentwurf in feiner Auflösung nachrechnen** (Schaltfläche „Fein nachprüfen“) und nur das Nachprüfungsergebnis berichten.

9 STL-Ausgabe

Das Polygon wird mit der gewünschten Sehnenlänge (mm) skaliert und über die Spannweite (mm) zu einem Prismenkörper extrudiert. Die Deckflächen werden mit dem Ohrenschnittverfahren trianguliert. Eine **Kantenprüfung** stellt sicher, dass jede Dreiecks-kante genau einmal in jeder Richtung vorkommt (geschlossene Hülle); schlägt sie fehl, wird die Ausgabe als fehlerhaft gemeldet. Optional wird eine erhobene Signatur („SW“, Rasterschrift, 0,4 mm Höhe) auf der Stirnfläche gesetzt, wenn das Profil dick genug ist; die Signatur ist abwählbar. Volumen und geschätzte Masse ergeben sich aus Fläche, Spannweite, Werkstoffdichte und Füllgrad.

10 Gültigkeit und Grenzen

1. **Zweidimensional:** Echte Strömungen sind ab etwa $Re\ 190$ am Zylinder dreidimensional; die 2D-Wirbelstraße ist oberhalb davon qualitativ.
2. **Re-Bereich:** zuverlässig vergleichbar laminar bis etwa $Re\ 200$ (kompakte Körper) bzw. etwa $Re\ 1000$ (schlanke Profile). Typische Anwendungen gedruckter Bauteile ($Re\ 10^4$ bis 10^6) liegen **außerhalb** des quantitativ gültigen Bereichs; dort liefert AEROLAB nur grobe Trends der Formwirkung, keine Beiwerte.
3. **Profile:** Absolute Beiwerte von Profilen sind nicht gegen eine unabhängige Referenz geprüft (Validierungsbericht).
4. **Wandverbau:** Bei Gleitwand und 10 % Verbau liegt C_d am Zylinder um ein Sechstel bis ein Fünftel über dem Wert der freien Anströmung (siehe Validierungsbericht). Der Verbau wird angezeigt; Beiwerte nie ohne Verbau vergleichen.
5. **Auflösung:** Unter 4 Zellen Körperdicke wird der Widerstand überschätzt (Warnung in der Oberfläche).
6. **Nicht enthalten:** Oberflächenrauheit, Schichtlinien des 3D-Drucks, Endscheiben, Spannweiteneffekte, Verformung, Ablösung bei hohen Re , Kompressibilität. Die Gitter-Geschwindigkeit beträgt $U = 0,06$ (Gitter-Mach-Zahl rund 0,10); bei $U = 0,08$ zeigte sich bei Profilen eine künstliche, kompressibilitätsbedingte Auftriebsschwingung (Validierungsbericht, Abschnitt 3).
7. **Nicht geeignet** für Zulassung, Sicherheitsnachweis, tragende Bauteile oder Anwendungen mit Personenrisiko.

11 Selbstprüfungen im Paket

05_BUILD/validate_physics.js rechnet Referenzfälle (Zylinder, Platte, Profile) headless; 05_BUILD/ui_test.js bedient die Oberfläche in einer DOM-Attrappe (Tabs, Studie, Optimierung, STL); 05_BUILD/pruefen.js prüft Paketregeln. Die Ergebnisse stehen in 04_META.

12 Interessenkonflikt und Einsatz von KI

Der Autor betreibt gewerblich 3D-Druck und additive Fertigung (Schicht-Werk) und hat ein wirtschaftliches Interesse an gedruckten Bauteilen. Das Werkzeug wurde unter Einsatz eines KI-Assistenten (Claude, Anthropic) entworfen und programmiert; Rechenkern, Tests und Texte wurden vom Autor beauftragt und freigegeben. Das Werkzeug wird nicht für Rüstung, Militär, Waffen oder militärisch nutzbare Luftfahrt bereitgestellt.

Literatur

Hinweis zur Prüfung: Die Literaturangaben wurden ohne Online-Recherche aus dem Fachwissen zusammengestellt, weil automatische Recherchen nicht beauftragt waren. Vor einer Veröffentlichung sind Titel, Jahr, Band und Seiten an den Originalen zu kontrollieren.

- Abbott, I. H., von Doenhoff, A. E. (1959): *Theory of Wing Sections*. Dover Publications, New York.
- Bhatnagar, P. L., Gross, E. P., Krook, M. (1954): A model for collision processes in gases. *Physical Review* 94(3), 511–525.
- Blasius, H. (1908): Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 56, 1–37.
- Bouzidi, M., Firdaouss, M., Lallemand, P. (2001): Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with

boundaries. *Physics of Fluids* 13(11), 3452–3459.

- Chen, S., Doolen, G. D. (1998): Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* 30, 329–364.
- Dennis, S. C. R., Chang, G.-Z. (1970): Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100. *Journal of Fluid Mechanics* 42, 471–489.
- Hou, S., Sterling, J., Chen, S., Doolen, G. D. (1996): A lattice Boltzmann subgrid model for high Reynolds number flows. *Fields Institute Communications* 6, 151–166.
- Krüger, T., Kusumaatmaja, H., Kuzmin, A., Shardt, O., Silva, G., Viggen, E. M. (2017): *The Lattice Boltzmann Method – Principles and Practice*. Springer.
- Ladd, A. J. C. (1994): Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation, Part 1. *Journal of Fluid Mechanics* 271, 285–309.
- Lissaman, P. B. S. (1983): Low-Reynolds-number airfoils. *Annual Review of Fluid Mechanics* 15, 223–239.
- Nelder, J. A., Mead, R. (1965): A simplex method for function minimization. *The Computer Journal* 7(4), 308–313.
- Pope, A., Rae, W. H. (1984): *Low-Speed Wind Tunnel Testing*, 2. Aufl. Wiley.
- Qian, Y. H., d’Humières, D., Lallemand, P. (1992): Lattice BGK models for Navier-Stokes equation. *Europhysics Letters* 17(6), 479–484.
- Schlichting, H., Gersten, K. (2006): *Grenzschicht-Theorie*, 10. Aufl. Springer.
- Succi, S. (2001): *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*. Oxford University Press.
- Tritton, D. J. (1959): Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* 6, 547–567.
- Williamson, C. H. K. (1996): Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics* 28, 477–539.
- Zdravkovich, M. M. (1997): *Flow Around Circular Cylinders, Vol. 1: Fundamentals*. Oxford University Press.