# Informationsfaktor und Messkette: Wann trägt ein reflektiertes oder gemischtes Signal Zustandsinformation?

Thomas Schüller · Syntagma Forschung · Wien

20. Oktober 2026

**ORCID:** 0009-0003-9799-6747 · **Kontakt:** forschung@tschueller.com · **Lizenz:** CC BY 4.0 · **Kennung:** FORSCH-PROV0468 (vorläufig) · **Verwandtes Werk:** FORSCH-PROV0420 „Rahmentheorie der Messbarkeit“
**Status:** Preprint-Entwurf, nicht begutachtet. Text und Rechnungen mit KI-Unterstützung erstellt, vom Autor verantwortet.

## Zusammenfassung

Ein Signal trägt Information über einen Zustand $\theta$ nur, wenn verschiedene Zustände unterscheidbare Messverteilungen erzeugen. Dieser Beitrag fasst bekannte Ergebnisse aus Detektions- und Schätztheorie für Reflexions-, Streu- und Mischsignale unter einer Leitfrage zusammen. Der Informationsfaktor $K_\theta = F\,\Delta\theta^2 = d'^2$ (Fisher-Information $F$, Detektionsgüte $d'$) ist das Signal-Rausch-Verhältnis des Differenzsignals; bei zwei gleich wahrscheinlichen Zuständen und Gauß-Rauschen gilt $P_{\text{err}} = Q(d'/2)$. $K \approx 1$ entspricht einer Fehlerrate von 31 % und ist nur eine Notwendigkeitsschwelle; robuste Entscheidung verlangt $K \gtrsim 10$–$16$. Eine multiplikative Zerlegung in Quelle, Material, Kohärenz und Geometrie gilt nur unter ausdrücklich genannten Annahmen. Sieben kurze numerische Prüfungen stützen die Einzelaussagen. Neuheit wird nicht beansprucht, soweit nicht durch Recherche belegt; das Verdienst liegt in Ordnung und Nachprüfbarkeit.

## 1 Leitfrage

Welche Zustandsinformation ist im Signal unter den gegebenen Messbedingungen unterscheidbar? Die Antwort wird über die Messkette $X \to H_{\text{Feld}} \to H_{\text{Mat}} \to H_{\text{Misch}} \to H_{\text{Mess}} \to Q \to Y$ geführt. Gilt $p(Y \mid \theta_1) = p(Y \mid \theta_2)$ für $\theta_1 \neq \theta_2$, ist der Zustand aus $Y$ nicht eindeutig bestimmbar; Quantisierung kann die Transinformation nicht erhöhen (Datenverarbeitungsungleichung).

## 2 Informationsfaktor

Für $Y = s(\theta) + N$, $N \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I)$ ist $F = \|\partial_\theta s\|^2/\sigma^2$ und $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \geq 1/F$. Zur Unterscheidung von $\theta$ und $\theta + \Delta\theta$ gilt $d'^2 = \|\Delta s\|^2/\sigma^2 \approx F\Delta\theta^2 =: K_\theta$. Bei komplexem Rauschen mit Gesamtvarianz $\sigma^2$ verdoppelt sich $F$; die Konvention ist anzugeben. Für die Gesamtinformation gilt $I \leq \sum_i \frac{1}{2}\log_2(1+\mathrm{SNR}_i)$ (reell), also etwa $\frac{N_{\text{DOF}}}{2}\log_2(1+\mathrm{SNR})$.

Unter (A1) Signal $= A\sqrt{D_{\text{mat}}}\,V\,h(\theta)$ (Material als Leistungs-, Sichtbarkeit als Amplitudengröße), (A2) additives weißes Gauß-Rauschen, (A3) Unabhängigkeit der Faktoren folgt $K_\theta = \text{SNR}_0\,D_{\text{mat}}\,V^2\,\|\partial_\theta h\|^2\Delta\theta^2$. Bei Schrotrauschen, Sättigung, gekoppelter Kohärenz oder Störparametern ist die Produktform zu ersetzen.

## 3 Numerische Belege

| Aussage | Ergebnis |
|---|---|
| $P_{\text{err}} = Q(d'/2)$ | Monte Carlo 0,309 / 0,158 / 0,0227 / 0,00133 für $K = 1/4/16/36$ |
| Signierter Richtungsfaktor | $S_e = +1,\ 0{,}69,\ 0,\ -1$; Stehwelle 0 |
| Lokale Auslöschung | $\lvert\psi\rvert = 10^{-16}$ am Knoten, Gradient maximal |
| Mischprodukte | lineares Feld: 2 Linien; nichtlinear: Linien bei $f_2 - f_1,\ 2f_1 - f_2,\ \ldots$ |
| Aliasing | 20 und 80 Hz bei $f_s = 100$ Hz: Abstand $3 \cdot 10^{-14}$ |
| Streumatrix gegen Transfermatrix | Fehler $10^{-13}$ gegen bis $10^9$ (gefrustete Totalreflexion, ein Fall) |
| Auflösung | $\sigma_{\text{CRB}}/a$: 7,28 → 0,168 → 0,0020 für $q_{\max}a = 0{,}2/1/12$ |

Die Prüfungen sind Konsistenztests an einzelnen Modellen, keine Experimente.

## 4 Abgrenzung

Alle Bausteine sind etabliert (Shannon; Cover & Thomas; Cramér, Rao; Green & Swets; Barrett & Myers; Braunstein & Caves; Tsang, Nair & Lu). Eigenständig ist allenfalls die gemeinsame Ordnung. Dass keine ähnliche Formulierung existiert, ist **nicht belegt**; eine systematische Recherche steht aus. Grenzen: Gauß-Rauschen, Born-Näherung, skalare Felder, fehlende Experimente. Falsifikationskriterien und Prüfprogramme stehen im Fachbuch (Kap. 11).

## Literatur

Siehe Fachbuch, Kapitel „Literatur”; mit † gekennzeichnete Angaben sind nicht einzeln geprüft.

*Herkunftskennzeichen: FPR-0468-K7Q2-2610 · CC BY 4.0 · Quellenangabe und Änderungshinweis erforderlich.*